

Nome:

Cognome:

Anno di corso :

**Esame di Geometria. 29 Giugno 2022**

**Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.**

1) Determinare un polinomio  $P(X) \in \mathbb{R}[X]$  di grado minimo e non nullo avente  $i^{77}$  come radice. [ ]

2) Determinare una base per il seguente sottospazio di  $\mathbb{R}^3$ :  
 $W = \{(x, y, z) \mid 2y - x = 0\}$ . [ ]

3) Determinare, al variare di  $h \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} 2h & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ h-2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h+2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

[ ]

4) Per  $h = 0$  sia A la matrice dei coefficienti del sistema dell'esercizio 3). Trovare l'inversa di A.

[ ]

5) Per  $h = 0$  sia A la matrice dei coefficienti del sistema dell'esercizio 3) e sia  $f$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  associato ad A mediante le basi canoniche. Trovare una base per  $Imf$ .

[ ]

6) Calcolare, se esistono, gli autovalori della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  e la dimensione dei relativi autospazi.

[ ]

7) Sia B la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Determinare la matrice  $BB^t$  e dire se e' diagonalizzabile.

[ ]

8) Trovare una retta parallela al piano  $x - 2y = 0$  e passante per il punto (1,2,1). [ ]

9) Trovare la proiezione ortogonale del punto (1,2,0) sulla retta  $\{x - z = 2y = 0\}$ . [ ]

10) Siano  $v_1, \dots, v_n$  vettori di uno spazio vettoriale  $V$  su  $\mathbb{R}$ . Completare la seguente frase:  
[  $(v_1, \dots, v_n)$  e' una base di  $V$  se e solo se ... ]